

УДК 519.863:338.3

І. М. Ляшенко,

доктор фізико-математичних наук,

Київський національний університет імені Тараса Шевченка,

Л. З. Хрущ,

кандидат економічних наук,

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника

ОПТИМАЛЬНА ПРОГРАМА ПІДПРИЄМСТВА ТА ЕКОЛОГО-ЕКОНОМІЧНА ВИРОБНИЧА ФУНКЦІЯ

Сучасне виробництво орієнтоване не лише на економічні результати (максимум прибутку, мінімум витрат ресурсів), але й на екологічні результати (мінімізація забруднення навколишнього середовища тощо). Тому під час модернізації підприємства необхідно враховувати поряд з економічною складовою також екологічну складову. Це призводить до необхідності розгляду еколого-економічного балансу для підприємства на основі моделі Леонт'єва-Форда „витрати — випуск” [1, с. 21]:

$$\begin{aligned} x^1 &= A_{11}x^1 + A_{12}x^2 + y^1, \\ x^2 &= A_{21}x^1 + A_{22}x^2 - y^2, \end{aligned} \quad (1)$$

де x^1 — вектор повного випуску продукції, y^1 — вектор кінцевого продукту, x^2 — вектор обсягів знищених забруднювачів, y^2 — вектор обсягів викидів забруднювачів у навколишнє середовище, A_{11} та A_{12} — технологічні матриці прямих витрат продукції, A_{21} та A_{22} — технологічні матриці прямого випуску забруднювачів (в основному виробництві та очисних спорудах відповідно).

Залежно від специфіки підприємства деякі з технологічних невід'ємних матриць A_{11} , A_{12} , A_{21} та A_{22} можуть бути нульовими [2].

Виробнича функція підприємства наявним економічним ресурсам (потужності, робочій силі, сировині тощо) ставить у відповідність максимальний випуск продукції. Якщо продукція різномірна (y^1 — вектор), то випуск такої продукції можна представити у вигляді скалярного добутку $c^1 y^1$, де c^1 — вектор відпускних цін на окремі компоненти випуску комплексної продукції.

Еколого-економічна виробнича функція ставить

у відповідність наявним економічним ресурсам та екологічному ресурсу (дозвіл на загальний обсяг викидів, забруднюючих навколишнє середовище) максимальний випуск продукції [3]. Така еколого-економічна виробнича функція може бути побудована, якщо додатково відомі внутрішні ціни на знищення забруднювачів. Останні визначаються як розв'язок двоїстої моделі до (1) [1]:

$$\begin{aligned} p^1 &= p^1 A_{11} + p^2 A_{12} + r^1, \\ p^2 &= p^1 A_{21} + p^2 A_{22} + r^2, \end{aligned} \quad (2)$$

де p^1 — вектор внутрішніх цін на продукцію підприємства, r^1 — вектор доданої вартості на продукцію, p^2 — вектор внутрішніх цін із знищення забруднювачів, r^2 — вектор доданої вартості на знищення забруднювачів.

Враховуючи різнобічні інтереси підприємства, можна запропонувати оптимальну програму підприємства як багатокритеріальну задачу:

$$\begin{aligned} f_1(x, y) &= c^1 y^1 \rightarrow \max, \\ f_2(x, y) &= B_1 x^1 + B_2 x^2 \rightarrow \min, \\ f_3(x, y) &= c^2 y^2 \rightarrow \min, \\ x^1 &= A_{11}x^1 + A_{12}x^2 + y^1, \\ x^2 &= A_{21}x^1 + A_{22}x^2 - y^2, \\ 0 &\leq x^1 \leq M, \quad x^2 \geq 0, \\ y^1 &\geq 0, \quad y^2 \geq 0, \end{aligned} \quad (3)$$

де c^1 — вектор ринкової оцінки продукції, c^2 — вектор вартісної оцінки збитків від викидів забруднювачів у навколишнє середовище, M — виробнича потужність підприємства, B_1 — матриця нормативів вит-

рат економічних ресурсів в основному виробництві, B_2 — матриця нормативів витрат економічних ресурсів у допоміжному виробництві (очисних спорудах).

Відомо, що розв'язком багатокритеріальної задачі лінійного програмування є множина Парето, яку можна побудувати різними способами. Враховуючи, що нашою метою є побудова еколого-економічної виробничої функції як оптимальної залежності типу

$$\max f_1(x, y) = F(f_2(x, y), f_3(x, y)) \quad (4)$$

на розв'язках (множині Парето) задачі (3), виокремимо в цій задачі $f_1(x, y)$ як головний критерій, а для критеріїв $f_2(x, y)$ та $f_3(x, y)$ уведемо параметри — векторний числовий параметр $Q_1 \geq 0$ та скалярний числовий параметр $Q_2 \geq 0$ як „порогові” рівні другого та третього критеріїв. Тоді багатокритеріальну задачу (3) методом головного критерія [4] можна звести до такої параметричної задачі лінійного програмування

$$\begin{aligned} f_1(x) &= c^1 y^1 \rightarrow \max, \\ B_1 x^1 + B_2 x^2 &\leq Q_1, \\ c^2 y^2 &\leq Q_2, \\ x^1 &= A_{11} x^1 + A_{12} x^2 + y^1, \\ x^2 &= A_{21} x^1 + A_{22} x^2 - y^2, \\ 0 \leq x^1 &\leq M, \quad x^2 \geq 0, \\ y^1 &\geq 0, \quad y^2 \geq 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Розглядаючи міжгалузевий баланс Леонтьєва-Форда, можна отримати, що $x^1 = (I_1 - A_{11})^{-1} \cdot (A_{12} x^2 + y^1)$, де I_1 — одинична матриця.

При $x^2 \geq 0$ та $y^1 \geq 0$ автоматично буде $x^1 \geq 0$.

Отже, обмеження $x^1 \geq 0$ накладати немає потреби.

Оскільки $x^2 = (I_2 - A_{22})^{-1} \cdot (A_{21} x^1 - y^2)$, то перехід y^2 у від'ємну область призводить до збільшення x^2 , а отже до більшої витрати ресурсів R при незбільшенні цільової функції. Тому обмеження $y^2 \geq 0$ не є активним у задачі (5). Його також можна не враховувати.

Виразально змінні x^1, y^2 через x^2, y^1 :

$$x^1 = (I_1 - A_{11})^{-1} \cdot (A_{12} x^2 + y^1),$$

$$y^2 = (A_{21}(I_1 - A_{11})^{-1} A_{12} - (I_2 - A_{22})) x^2 + A_{21}(I_1 - A_{11})^{-1} y^1 = -(I_2 - A_2) x^2 + A_{21}(I_1 - A_{11})^{-1} y^1,$$

де

$$A_2 = A_{22} + A_{21}(I_1 - A_{11})^{-1} A_{12}.$$

Тоді задача (3) отримає вигляд:

$$\begin{aligned} c^1 y^1 &\rightarrow \max, \\ (B_1(I_1 - A_{11})^{-1} A_{12} + B_2) x^2 + B_1(I_1 - A_{11})^{-1} y^1 &\leq Q_1, \\ -c_2(I_2 - A_2) x^2 + c_2 A_{21}(I_1 - A_{11})^{-1} y^1 &\leq Q_2, \\ (I_1 - A_{11})^{-1} \cdot A_{12} x^2 + (I_1 - A_{11})^{-1} y^1 &\leq M \\ x^2 &\geq 0, \quad y^1 \geq 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Двоїста задача має вигляд:

$$\begin{aligned} p^1 Q_1 + p^2 Q_2 + p^3 M &\rightarrow \min, \\ p^1(B_1(I_1 - A_{11})^{-1} A_{12} + B_2) - p^2 c^2(I_2 - A_2) + p^3(I_1 - A_{11})^{-1} A_{12} &\geq 0, \\ p^1 B_1(I_1 - A_{11})^{-1} + p^2 c^2 A_{21}(I_1 - A_{11})^{-1} + p^3(I_1 - A_{11})^{-1} &\geq c^1, \\ p^1 &\geq 0, \quad p^2 \geq 0, \quad p^3 \geq 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Еколого-економічну виробничу функцію (ЕЕВФ) можна знаходити як функцію оптимальних значень цільової функції, яку згідно з теорією лінійного програмування можна шукати як максимум цільової функції задачі (6), або як мінімум цільової функції задачі (7) на всіх явних опорних розв'язках допустимої множини задачі (7).

Опорні розв'язки задачі (7) знаходимо з системи лінійних рівнянь:

$$\begin{aligned} p^1(B_1(I_1 - A_{11})^{-1} A_{12} + B_2) - p^2 c^2(I_2 - A_2) + p^3(I_1 - A_{11})^{-1} A_{12} - I &= 0, \\ p^1 B_1(I_1 - A_{11})^{-1} + p^2 c^2 A_{21}(I_1 - A_{11})^{-1} + p^3(I_1 - A_{11})^{-1} - m &= c^1, \end{aligned} \quad (8)$$

де $I \geq 0, m \geq 0$ — додаткові векторні змінні.

Враховуючи продуктивність матриці A_2 , а отже,

$(I_2 - A_2)^{-1} \geq 0$, систему (8) запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned} p^1(B_1(I_1 - A_{11})^{-1} A_{12} + B_2)(I_2 - A_2)^{-1} - p^2 c^2 + \\ + p^3(I_1 - A_{11})^{-1} A_{12}(I_2 - A_2)^{-1} - I(I_2 - A_2)^{-1} &= 0, \\ p^1 B_1(I_1 - A_{11})^{-1} + p^2 c^2 A_{21}(I_1 - A_{11})^{-1} + p^3(I_1 - A_{11})^{-1} - m &= c^1, \end{aligned} \quad (9)$$

Після цього знаходимо в явному вигляді всі опорні розв'язки системи (9)

$(p_1^1, p_2^1, p_3^1), (p_1^2, p_2^2, p_3^2), \dots, (p_1^{s^*}, p_2^{s^*}, p_3^{s^*})$ і записуємо у явному вигляді еколого-економічну виробничу функцію:

$$F(Q_1, Q_2, M) = \min\{p_1^1 Q_1 + p_2^1 Q_2 + p_3^1 M, p_1^2 Q_1 + p_2^2 Q_2 + p_3^2 M, \dots, M p_1^{s^*} Q_1 + p_2^{s^*} Q_2 + p_3^{s^*} M\} =$$

$$\begin{cases} p_1^1 Q_1 + p_2^1 Q_2 + p_3^1 M = f_1(x(Q_1, Q_2, M)), x \in B_1, \\ p_1^2 Q_1 + p_2^2 Q_2 + p_3^2 M = f_2(x(Q_1, Q_2, M)), x \in B_2 \\ \dots, \\ p_1^{s^*} Q_1 + p_2^{s^*} Q_2 + p_3^{s^*} M = f_s(x(Q_1, Q_2, M)), x \in B_s, \end{cases}$$

	2006 р.	Один. вим.	2009 р.	Один. вим.
Собівартість:				
Собівартість плити	2,74	грн	4,85	грн.
Собівартість плити оздобленої	4,00	грн	7,44	грн.
Ціна реалізації плити	3,01	грн	6,19	грн.
Ціна реалізації плити оздобленої	5,27	грн	8,14	грн.
Виробнича потужність:				
для плити	12 млн	м ²	18 млн	м ²
для оздобленої плити	7,5 млн	м ²	8 млн	м ²
Потужність виробництва:				
Об'єм виробництва плити (разом з оздобленою)	10327,5	тис. м ²	14810	тис. м ²
Об'єм виробництва оздобленої плити	4943	тис. м ²	4783	тис. м ²
Обсяги економічних ресурсів при реалізації способу з одиничною інтенсивністю (норми витрат матеріалів на виробництво плити товщиною 3,2 мм):				
технологічна тріска	8,57	м ³ /тис. м ²	8,06	м ³ /тис. м ²
парафін нафтовий	14,5	кг/тис. м ²	14,5	кг/тис. м ²
емульсон	0,35	кг/тис. м ²	0,54	кг/тис. м ²
алюміній	0	кг/тис. м ²	3,11	кг/тис. м ²
вапно	0,7	кг/тис. м ²	17	кг/тис. м ²
лігносульфонати технічні	1	кг/тис. м ²	1	кг/тис. м ²
каніфоль соснова для емульсії деревинно-волокнистого килиму	5,5	кг/тис. м ²	0	кг/тис. м ²
каніфоль соснова для емульсії тонкодисперсного наливу	1,8	кг/тис. м ²	0	кг/тис. м ²
сода каустична для каніфолевого клею	0,73	кг/тис. м ²	0	кг/тис. м ²
сода каустична для миття сіток, листів	0,6	кг/тис. м ²	0,4	кг/тис. м ²
сірчана кислота	0,8	кг/тис. м ²	0,8	кг/тис. м ²
тринатрійфосфат	0,175	кг/тис. м ²	0,4	кг/тис. м ²
Обсяги екологічних ресурсів при реалізації способу з одиничною інтенсивністю (викинуто в атмосферу):				
метали і їх сполуки (натрію гідроксид)	0,006	т/рік	0,031	т/рік
речовини у вигляді твердих суспендованих твердих частинок (мікрочастинки та волокна) пил деревини	1,531	т/рік	3,547	т/рік
неметанові леткі органічні сполуки:				
фенол	0	т/рік	1,085	т/рік
формальдегід	2,29	т/рік	1,806	т/рік
вуглеводні (C12-C19)	2,115	т/рік	0,814	т/рік
окис вуглецю	7,557	т/рік	0	т/рік
Ліміти:				
натрію гідроксид	0,08	т/рік	0,0426	т/рік
пил деревини	4,88	т/рік	4,19472	т/рік
фенол	7,34	т/рік	1,32002784	т/рік
формальдегід	9,667	т/рік	2,19993408	т/рік
вуглеводні (C12-C19)	4,165	т/рік	0,98996256	т/рік

де $B = \bigcup_{i=1}^s B_i$ — область визначення задачі (6).

Таким чином, представлено ЕЕВФ залежно від вибраної множини параметрів Q_1, Q_2, M . Перебираючи різні значення параметрів, можна отримати всі оптимальні розв'язки сформульованої трьохкритеріальної задачі (3).

Щоб окреслити інформаційні труднощі, що виникають при реалізації запропонованого підходу до визначення оптимальної програми підприємства, подамо інформацію про підприємство „Уніплит”.

Підприємство „Уніплит” (сmt. Вигода Долинського району Івано-Франківської області) є визнаним лідером із виробництва деревинно-волокнистих плит та комплексної переробки деревини.

ТОВ „Уніплит” має три основні напрямки діяльності:

1. виробництво ДВП (деревинно-волокнистої плити) та ДВПО (деревинно-волокнистої плити обробленої);
2. виробництво фанери та ГКД (гнутоклеєних деталей);
3. лісопильно-деревобробне виробництво.

Більша частина всіх вироблених в Україні плит ДВП виготовляється в ТОВ „Уніплит”. Нещодавно завершено процес модернізації цеху з виробництва ДВПО, що дозволило значно зменшити витрати енергії та покращити якість готової продукції.

У 2006 р. проведено реконструкцію системи підготовки волокна й формування килиму за проектом шведської фірми Метсо. Замінено весь парк насосного обладнання насосами фірми Andritz, встановлено формувальну машину нового покоління, що дозволило покращити якість формування килиму, збільшити швидкість лінії на 50%. Збільшено пропускну спроможність трубопроводів і насосів у 2 рази. З'явилась можливість випускати плити товщиною 2,0 і 2,2 з вищою міцністю, що на старому обладнанні було неможливим. Також модернізовано розмільне відділення. Закуплено та встановлено новий дефібратор RT-130 польської фірми Prozemak з підвищеною продуктивністю виробництва волокна. Зменшено споживання теплоенергії у 2,5 рази на одиницю продукції, що в загальному по підприємству дало економію на 20%.

Проведемо порівняльну характеристику виробництва ДВП товщиною 3,2 мм у 2006 р. з виробництвом 2009 р.

Із таблиці видно, які з економічних ресурсів після модернізації виробництва використовувались менше, а які взагалі стали зайвими у виробництві,

з'явилися нові економічні ресурси (алюміній та вапно). Також видно інформацію про викиди, зокрема, видно, що вуглеводні зменшилися, а пил деревини збільшився.

Важко застосувати до 2006 та 2009 рр. в одну й ту ж модель для порівняння, оскільки змінились і види виробничих ресурсів, а також обсяги дозволених викидів для підприємства.

Таким чином, спостерігаємо, що наявна інформаційна база для реалізації моделі (3) (тобто моделі (5)) недостатня. Зокрема, недостатня інформація відносно матриць $B_1, B_2, A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$, яку потрібно побудувати розрахунковим методом.

Розглянувши сучасне виробництво на реальному підприємстві та зібравши всю необхідну інформацію, корисно було б застосувати модель оптимізації виробництва, яка дозволила б здійснювати найкращий розподіл економічних ресурсів та менший обсяг викидів до навколишнього середовища.

Література

1. **Ляшенко І. М.** Економіко-математичні методи та моделі сталого розвитку / І. М. Ляшенко. — К. : Вища школа, 1999. — 236 с.
2. **Ляшенко І. М.** Оптимізація регіональної еколого-економічної структури / І. М. Ляшенко, Л. А. Пінчук // Вісник Київського ун-ту. Серія „Фізико-математичні науки”. — Київ, 1997. — Вип. 4. — С. 182 — 185.
3. **Хрущ Л. З.** Еколого-економічні виробничі функції (побудова та застосування у прогнозуванні) / Л. З. Хрущ // Моделювання та інформаційні системи в економіці : зб. наук. пр. / відп. ред. В. К. Галіцин. — Київ, 2007. — Вип. 76. — С. 155 — 165.
4. **Машунин Ю. К.** Методы и модели векторной оптимизации / Ю. К. Машунин. — М. : Наука, 1986. — 142 с.

Ляшенко І. М., Хрущ Л. З. Оптимальна програма підприємства та еколого-економічна виробнича функція

У статті запропоновано новий метод побудови виробничої функції для підприємства на основі багатокритеріальної постановки задачі про оптимальну виробничу програму підприємства. Центральне ядро відповідної задачі параметричного лінійного програмування складає еколого-економічний баланс типу моделі Леонтьєва-Форда „витрати — випуск”. На прикладі конкретного підприємства визначено інформаційні труднощі реалізації такого підходу.

Ключові слова: підприємство, виробнича функція, еколого-економічна виробнича функція, багатокритеріальна задача, оптимальне значення, опорні розв'язки.

Ляшенко І. Н., Хрущ Л. З. Оптимальная программа предприятия и эколого-экономическая производственная функция

В статье предложен новый метод построения производственной функции для предприятия на основе многокритериальной постановки задачи об оптимальной производственной программе предприятия. Центральное ядро соответствующей задачи параметрического линейного программирования составляет эколого-экономический баланс типа модели Леонтьева — Форда „затраты — выпуск”. На примере конкретного предприятия определены информационные трудности реализации данного подхода.

Ключевые слова: предприятие, производственная функция, эколого-экономическая производственная функция, многокритериальная задача, оптимальное значение, опорные решения.

Lyashenko I. N., Khrushch L. Z. Optimal program of enterprise and ecologic-economical production function

A new method of the construction of production function for the enterprise on the basis of multicriterial problem based on optimal productive enterprise program was suggested in the given article. A central core for the corresponding problem of the parametric lined programming makes ecologic economical balance like Leontjev — Ford „outlay — output”. Informational difficulties of the given approach realization were determined on the example of the specific enterprise.

Key words: enterprise, production function, ecologic-economical production function, multicriterial problem, optimal value, supporting decisions.

Стаття надійшла до редакції 23.08.2011

Прийнято до друку 24.02.2012